EXPERIMENTALUNTERSUCHUNG UEBER DEN EINFLUSS DER TEMPERATUR AUF DIE ELASTISCHE NACHWIRKUNG.

INAUGURAL-DISSERTATION

DER

MATHEMATISCHEN UND NATURWISSENSCHAFTLICHEN FACULTÄT

DER

KAISER-WILHELMS-UNIVERSITÄT STRASSBURG

ZUR

ERLANGUNG DER DOCTORWÜRDE

VORGELEGT

VON

THEODOR SCHRÖDER

AUS NEUSTADT (OBER-SCHLESIEN.)

MIT EINER FIGURENTAFEL.

LEIPZIG,

DRUCK VON METZGER & WITTIG.

1886.

Der Einfluss der Temperatur auf die elastische Nachwirkung ist bisher nur von F. Kohlrausch ausführlich untersucht worden. Derselbe fand bei einem Silberdrahte[1]) und bei einem Stabe aus Hartgummi[2]) eine Zunahme der Nachwirkung mit steigender Temperatur. Innerhalb der Grenzen 3,5 und 22,3° C. liess sich bei dem ersteren die Abhängigkeit zwischen Torsionsnachwirkung und Temperatur ausdrücken durch den Satz:

„Die Grösse der Nachwirkung ist annähernd proportional der von −21,5° C. an gerechneten Temperatur."

Wurde die Beziehung zwischen Nachwirkung ϑ und Zeit t durch die Formel[3]):

$$\vartheta = \frac{c}{t^{\alpha}}$$

dargestellt, in welcher c und α empirisch zu bestimmende Constanten sind, so war nur der Werth von c von der Temperatur abhängig, während für α bei allen Temperaturen annähernd derselbe Werth gefunden wurde. Genauer als durch das oben genannte Gesetz liess sich dann die Beziehung zwischen Nachwirkung und Temperatur τ für den benutzten Silberdraht durch die Formel:

$$c = 10{,}025 \,.\, 1{,}3804^{\tau}$$

ausdrücken.

---

1) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. **128.** p. 216 u. ff. 1866.
2) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. **158.** p. 371. 1876.
3) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. **128.** p. 10 u. ff. 1866.

Beim Kautschuk fand sich ein völlig abweichendes Verhalten[1]): Die Längsnachwirkung eines Fadens aus diesem Material war um so grösser, je tiefer die Beobachtungstemperatur lag, und zwar nahm mit sinkender Temperatur die Nachwirkung so bedeutend zu, dass schon bei $+7{,}6^{0}$ der grösste Theil der ganzen durch ein angehängtes Gewicht bewirkten Dehnung allmählich, d. h. als Nachwirkung, erfolgte.

Versuche von Streintz[2]) und Pisati[3]) haben ergeben, dass das logarithmische Decrement bei Torsionsschwingungen von Drähten mit steigender Temperatur zunimmt; hält man es für erwiesen, dass die sogenannte innere Dämpfung elastischer Schwingungen in der Nachwirkung ihren Grund hat, so muss aus diesen Beobachtungen ebenfalls eine Zunahme der Nachwirkung mit steigender Temperatur gefolgert werden.

Die vorliegende Abhandlung gibt die Resultate von Experimentaluntersuchungen, die sich beziehen:

1) Auf die dauernden Aenderungen, welche die Torsionsnachwirkung von Drähten durch vorübergehende Erwärmung erleidet.

2) Den Einfluss, welchen Temperaturerhöhung auf den Verlauf der Nachwirkung bei Drähten aus verschiedenem Material zeigt.

3) Auf den Gang der Nachwirkung, wenn während des Verlaufes derselben grössere Temperaturänderungen eintreten.

Einige weitere Eigenthümlichkeiten des Verhaltens tordirter Drähte, die sich im Laufe der Untersuchungen herausstellten, sollen Erwähnung finden, obgleich sie mit der Nachwirkung in keiner directen Beziehung stehen.

Beobachtungsmethode.

Wegen der Bequemlichkeit, mit welcher die Veränderung von Winkelgrössen durch die Methode der Spiegel-

1) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. **158**. p. 363. 1876.

2) Streintz, Wien. Ber. **69**. p. 337. 1874.

3) Pisati, Gazetta Chim. Ital. **6**. p. 23. 1876; **7**. p. 173. 1877; im Auszug mitgetheilt von Streintz, Wien. Ber. **80**. p. 427. 1879.

ablesung verfolgt werden kann, und weil die Nachwirkung bei der Torsion weit bedeutender ist[1]), als die bei anderen Formänderungen auftretende, beziehen sich sämmtliche Versuche auf die Torsion. Es wurde die Torsionsnachwirkung untersucht, welche auftritt, nachdem während einer gewissen Zeit T dem Drahte die Torsion θ ertheilt worden ist. Dabei beschränkte sich die Beobachtung auf die allmähliche Veränderung des Winkels, um welchen die beiden Enden gegen einander gedreht waren, ohne dass die Bewegung der zwischenliegenden Querschnitte berücksichtigt wurde. Die Drillung um den Winkel θ geschah stets im nämlichen Sinne.

Bei den ersten Versuchen war durch eine starke Dämpfung das Auftreten periodischer Schwingungen fast vollkommen gehindert; die Beobachtung geschah dann in der Weise, dass die Zeitpunkte notirt wurden, in welchen gewisse Theilstriche des Scalenbildes den senkrechten Faden des Fadenkreuzes passirten. Später kam eine schwächere Dämpfung in Anwendung, welche nur verhindern sollte, dass geringe Schwankungen des Apparates den am Drahte befestigten Spiegel in zitternde Bewegung versetzten; die Art, wie die Temperaturerhöhung bewirkt wurde, gab zu solchen Störungen Anlass. In diesem Falle hielten die periodischen Bewegungen lange an; nachdem vorher die Schwingungsdauer beobachtet war, wurde bei jedem einzelnen Versuche die Zeit notirt, zu welcher ein Umkehrpunkt statt hatte, und dann die Lage der nachfolgenden Umkehrpunkte. Aus der bekannten Schwingungsdauer folgte dann die Zeit jedes einzelnen Umkehrpunktes. Je drei aufeinander folgende Umkehrpunkte x_1, x_2, x_3 gaben die zugehörige Ruhelage ϑ nach der Formel:

$$\vartheta = \frac{x_2 + \frac{x_1 + x_3}{2}}{2};$$

dieser Ruhelage ϑ wurde dann diejenige Zeit zugeordnet, welche dem mittelsten Umkehrpunkte x_2 entsprach.

Weitaus der grösste Fehler, welcher bei dieser Art der

1) cf. F. Kohlrausch, Pogg. Ann. **158.** p. 358. 1876; W. Voigt, Pogg. Ann. Ergbd. **7.** p. 204. 1876.

Rechnung begangen werden kann, rührt von der Bestimmung der allerersten Umkehrzeit her; bei dieser ist ein Fehler bis zu 0,5 Sec. möglich, der sich dann gleichmässig auf sämmtliche Zahlen der Beobachtungsreihe überträgt. Dagegen kommt der Fehler nicht in Betracht, welcher durch ungenaue Bestimmung der Schwingungsperioden begangen wird; die Werthe der letzteren, welche zur Berechnung verwandt wurden, sind deshalb nur bis zur zweiten Decimalstelle genau.

Nach dem Aufhören der periodischen Schwingungen wurde der weitere Verlauf der aperiodischen Bewegung in der p. 5 erwähnten Weise verfolgt. In den so bestimmten Theil der Nachwirkungscurve ging der aus Umkehrpunkten berechnete erste Theil stetig über, ein Beweis für die Anwendbarkeit der Beobachtungsmethode[1]), die bei den ziemlich grossen Werthen der zur Berechnung dienenden Schwingungszeiten nicht ohne weiteres vorauszusetzen ist.

Apparat.

Der benutzte Apparat stimmt im wesentlichen mit dem von F. Kohlrausch[2]) beschriebenen überein. (S. auf der Tafel Fig. I_a und I_b). Der zu untersuchende Draht wurde in eine kurze axiale Bohrung des Messingstiftes *a* eingelöthet, welcher in dem Metallstück *b* durch eine seitliche Schraube befestigt war. *b* war unten conisch abgedreht und sehr genau in eine gleichfalls conische Oeffnung der Scheibe *c* hineingepasst; durch eine Sattelfeder in dieser Oeffnung festgehalten, konnte es ohne jeden Spielraum zu seitlichen Verschiebungen um die Längsaxe von *a* gedreht werden. Ein horizontaler, an *b* befestigter Arm *d* diente dazu, diese Drehung zu bewerkstelligen; dabei liessen sich durch zwei verstellbare Anschläge e_1 und e_2 die Grenzen festsetzen, innerhalb deren die Drehung erfolgen sollte.

Mit seinem unteren Ende war der Draht in das Oehr einer starken Nähnadel gelöthet; als Löthkolben diente, um

1) Dieselbe ist von H. Messer bei sehr kleinen Werthen der Schwingungsdauer benutzt worden; Ber. der naturf. Ges. zu Freiburg i. B. 2. Heft 3.

2) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. 128. p. 16. 1876.

die Erwärmung möglichst zu localisiren, bei beiden Löthungen ein zugespitzter Kupferdraht. Es wurde zu erreichen gesucht, dass die Enden des Versuchsdrahtes aus der Mitte eines runden Lothklümpchens gerade, ohne Krümmung, hervorkamen. An der Nähnadel war der Spiegelhalter, an diesem durch einen gekrümmten Draht ein cylindrisches Gewicht f befestigt, welches unten an einem dünnen Drahte ein Dämpfungskreuz aus Messingblech trug. Die Belastung genügte in jedem Falle, um den Draht völlig gerade zu strecken.

Von den beiden an f befestigten horizontalen Armen $g\,g$ schlug der eine, wenn der Hebel d in der durch den Pfeil angedeuteten Richtung gedreht wurde, an einen senkrechten Arm h, sodass das untere Ende des Drahtes nur einen kleinen Theil der Drehung des oberen mitmachen konnte.

Der Draht war von einem doppelwandigen Messingrohr (Fig. 2) umgeben, welches drei seitliche Ansätze in verschiedenen Höhen hatte. Durch die mittlere Tubulatur war ein Thermometer in den Hohlraum eingeführt, die beiden Ansätze q_1 und q_2 dienten dazu, nach Belieben Wasserdampf oder kaltes Wasser in diesen Raum zu leiten, mittelst folgender Verbindungen:

Ein Gummischlauch s_1 führte nach einem kleinen Dampfkessel; ein Seitenarm t_1 desselben war, wenn der Apparat durch Zuleitung von Dampf erwärmt werden sollte, durch einen Quetschhahn geschlossen. Der Dampf durchstrich dann den Apparat und fand durch q_2 und den Hahn u einen Ausweg in den Ableitungsschlauch t_2.

s_3 führte nach einem Gefäss, das mit kaltem Wasser gefüllt war. Sollte der Apparat abgekühlt werden, so wurde t_1 geöffnet und der Hahn u in der Richtung des Pfeils um 90^0 gedreht; durch s_3, u und s_2 drang dann kaltes Wasser in den Hohlraum, verdrängte den Dampf und lief, wenn es dem Rohr seine Wärme entzogen hatte, durch s_1 und t_1 ab; durch t_1 fand inzwischen auch der im Kessel entwickelte Dampf seinen Ausweg.

Wurde t_1 wieder geschlossen und u in seine vorige Lage gedreht, so lief das Wasser durch t_2 ab, und Dampf trat an seine Stelle.

Durch die beschriebene Vorrichtung liess sich die Versuchstemperatur in etwa 2 Minuten von Zimmertemperatur auf 100° C. steigern, und umgekehrt.

Der Apparat war auf einem Gestell mit drei Fussschrauben befestigt; ein Pappkasten hielt Luftströmungen von dem Gewicht f und der Dämpfungsvorrichtung ab. Das Ganze hatte im allgemeinen einen sehr ruhigen Stand, nur von der Heizvorrichtung her übertrugen sich zuweilen geringe Erschütterungen auf den Apparat.

Bei einem Theil der Beobachtungen wurden zufällige Verschiebungen des Beobachtungsfernrohrs und des Apparates durch zwei Spiegel controlirt; von diesen war der eine, unabhängig vom Apparat, auf der in die Mauer eingelassenen Sandsteinplatte befestigt, welche jenen trug, der andere war fest mit dem Apparate verbunden. In geeigneter Entfernung war eine Papierscala an die Wand geklebt; das Bild derselben wurde durch den ersten Spiegel ins Fernrohr reflectirt und liess jede Verrückung desselben und der daran befestigten Scala erkennen; der zweite Spiegel entwarf ein Bild der Beobachtungsscala und liess dadurch Verschiebungen des Apparates controliren. Da der Apparat zufälligen Verschiebungen viel weniger ausgesetzt war, als das Fernrohr, wurde später nur die Einstellung des letzteren controlirt.

Jeder Versuch geschah in folgender Weise: Nachdem die Ruhelage und die Temperatur abgelesen waren, wurde der Arm d von e_1 nach e_2 geführt; diese Bewegung wurde in einer Secunde vollendet. Das untere Drahtende drehte sich dabei gleichfalls um einen geringen Betrag, welcher aus der Verschiebung des Scalenbildes gegen das Fadenkreuz berechnet werden konnte. Die Differenz der Drehungen des oberen und des unteren Endes war θ, die Torsion des Drahtes. Sollte diese Torsion durch T Secunden erhalten bleiben, so wurde 1 Sec. vor Ablauf dieser Zeit begonnen, den Arm d an e_1 zurückzuführen; genau im Endpunkte der Zeit T war diese Rückbewegung vollendet.

Der weitere Gang der Beobachtung ist p. 5 und 6 geschildert.

Uebrigens wurden die Versuche in der Regel nur wenige Minuten lang fortgesetzt, da einerseits in den späteren Zeiten sich Einflüsse verschiedener Art, wie besonders Temperaturänderungen, störend geltend machen, andererseits auch die Beobachtung, wenn die Bewegung des Drahtes langsamer geworden ist, bei weitem nicht den nämlichen Grad von Genauigkeit haben kann, wie im Anfang.

Resultate.

I. Als Beobachtungsmaterial diente zunächst ein hartgezogener Silberdraht von der Länge 183 mm und dem mittleren Durchmesser 0,163 mm; derselbe wurde, um seine Elasticitätsgrenze zu erweitern, vor der Benutzung mehrfach um grössere Beträge hin und her tordirt.

Bei den ersten Versuchen, die zur Auffindung günstiger Versuchsbedingungen führen sollten, wurde besonders auf den Einfluss des Dämpfungsmittels geachtet. Zunächst kam hierzu reines Olivenöl zur Verwendung; das damit erzielte Resultat ist auf Tabelle I angegeben.

Dann wurde das Olivenöl durch Zusatz einer ungefähr gleichen Menge von Petroleum verdünnt; die Tabellen II—V geben die damit gewonnenen Resultate wieder. Die graphische Darstellung der Tabellen I und II zeigt, dass die grosse Verschiedenheit der Dämpfungsmittel nicht von erkennbarem Einfluss auf die Nachwirkung ist; der geringe Unterschied der Curven ist vollauf erklärt durch den Unterschied der Beobachtungstemperaturen.

Zusammenstellung der Tabellen.

Hartgezogener Silberdraht; Länge: 183 mm, mittlerer Durchmesser: 0,163 mm.

Belastung: 99,1 g; davon geht der Gewichtsverlust des Blechkreuzes in der Dämpfungsflüssigkeit ab. θ ist in den Tabellen I—V dasselbe, nahezu 90^0, $T = 1$ Minute.

Scalenabstand: 2850 Scalentheile.

ϑ (der Abstand von der schliesslich zu erreichenden Ruhelage) ist in Scalentheilen, t (die seit dem Endpunkt von T verflossene Zeit) in Secunden angegeben.

n bedeutet die Zahl der Versuche, als deren Mittelwerth t und die Temperatur τ bestimmt sind. Die Tabellen sind in Fig. 3 graphisch dargestellt.

I. Ende Mai 1884. $n = 5$ $\tau = 19{,}3°$		II. Anfang Juni 1884. $n = 5$ $\tau = 24{,}6°$		III. Anfang Juli 1884. $n = 5$ $\tau = 25{,}1°$		IV. Mitte Juli 1884. $n = 2$ $\tau = 24{,}0°$		V. Mitte October 1884. $n = 4$ $\tau = 15{,}5°$	
ϑ	t	ϑ	t	ϑ	t	ϑ	t	ϑ	t
93	21,5	72	41,6	37	34,7	38	25,5	22	20,8
88	24,7	67	48,5	32	48,4	33	38,2	17	39,3
83	28,4	62	57,2	27	69,3	28	55,2	12	84,1
78	32,7	57	67,7	22	102,5	23	81,8	7	221
73	38,2	52	80,9	17	166,6	18	129,0		
68	44,7	47	97,5	12	303,6	13	232,0		
63	52,3	42	119,7	7	600	8	513		
58	61,7	37	149,1						
53	73,3	32	190,6						
48	88,2	27	253,2						
43	107,6	22	354,8						
38	133,6	17	540,4						
33	170,1	12	972						
8	1500								

VI. 9. Juli 1884 $\tau = 100°$		VII. 19. Juli 1884 $\tau = 100°$		VIII. 30. Juli 1884 $\tau = 100°$	
ϑ	t	ϑ	t	ϑ	t
447	39	396	41,3	335	40
408	48	366	49	295	51,5
369	58	337	58,8	235	78
329	73	297	75,6	215	90,7
290	93	268	94	186	117,6
251	122	238	118	146	176
211	167,5	198	170,5	121	241
172	247,5	163	253,5	102	325
152	311	143	337,5	87	425
132	404,5	133	396	62	792
112	554	113	583	43	1640
92	810	88	1177	28	4020
72	1270	58	5040	18	8400

Die bei Zimmertemperatur gefundenen Beobachtungsreihen liessen sich sämmtlich durch die Formel von F. Kohlrausch:

$$\vartheta = c \cdot e^{-at^m}$$

darstellen; die Constanten dieser Formel nahmen jedoch für die einzelnen Versuchsreihen sehr verschiedene Werthe an, zwischen welchen sich keine Gesetzmässigkeit erkennen liess.

Von wesentlichem Interesse ist die Abnahme der Nachwirkung, die sich in den Tabellen I bis V zeigt. Der erste bedeutende Sprung findet zwischen den Curven II und III statt; seine Erklärung ist darin zu suchen, dass in der zwischen beiden Beobachtungen liegenden Zeit der Draht mehrfach auf 100° erwärmt wurde: Zuerst am 3. Juni während etwa drei Stunden, dann am 4. Juli auf sechs Stunden. Wiederholte Erwärmungen bedingen auch die Abnahme[1]) der Nachwirkung zwischen IV und V.

Die Versuchsreihen VI bis VIII zeigen, dass auch in höherer Temperatur die Nachwirkung nach jedem Temperaturwechsel abnimmt.

Durch die vorstehenden Beobachtungen ist ein neuer Zusammenhang zwischen der elastischen Nachwirkung und der Dämpfung elastischer Schwingungen erwiesen: Ebenso wie das logarithmische Decrement bei Torsionsschwingungen, zeigt auch die Nachwirkung unter dem Einflusse wiederholter Temperaturänderungen eine „Accomodation".[2])

Da der bisher benutzte Draht riss, als eine Aenderung an der Dämpfungsvorrichtung vorgenommen werden sollte, so musste leider eine weitere Untersuchung der dauernden Aenderungen der Nachwirkung durch vorübergehende Erwärmung unterbleiben.

Die hiermit erwiesene Veränderlichkeit der Nachwirkung steht in Analogie mit gewissen anderen Erscheinungen: Nach Matthiessen und v. Bose[3]) nimmt durch mehrfach wiederholtes Erhitzen auf 100° der galvanische Leitungswiderstand der Metalle ab. Das magnetische Moment von temporär magnetisirten Stahlstäben zeigt, wenn nach wiederholten Temperaturänderungen zur Anfangstemperatur zurückgekehrt wird, eine Zunahme, und zwar lässt sich bei mehrfacher Wiederholung des Versuches noch lange Zeit hindurch ein allmähliches Anwachsen des temporären Magnetismus erkennen.[4])

1) Dieselbe erklärt sich zum Theil aus der Verschiedenheit der Beobachtungstemperaturen.

2) Accommodation infolge wiederholter Deformationen ist von G. Wiedemann nachgewiesen worden. Wied. Ann. **6.** p. 512. 1879.

3) Matthiessen u. v. Bose, Pogg. Ann. **115.** p. 360 u. ff. 1862.

4) Cf. Wiedemann, Electricität **3.** p. 744. 1883.

Aus dem erwähnten Verhalten des Stahles muss gefolgert werden, dass durch die wiederholte Temperaturänderung der Widerstand verringert wird, welcher einer Drehung der Molecularmagnete entgegenwirkt. Da nach der Hypothese von F. Kohlrausch[1]) die elastische Nachwirkung daher rührt, dass die Molecüle bei einer Drehung um ihre Schwerpunkte einen gewissen Widerstand zu überwinden haben, so kann man aus dem Verhalten des Silberdrahtes, die Richtigkeit der Hypothese vorausgesetzt, den entsprechenden Schluss ziehen:

„Durch wiederholte Temperaturänderungen wird die Beweglichkeit der Molecüle um ihre eigenen Schwerpunkte erhöht."

II. An zweiter Stelle wurde das Verhalten von Drähten aus anderem Material mit demjenigen des Silberdrahtes verglichen. Die Dämpfungsflüssigkeit war hier destillirtes Wasser, die ersten Zahlen der Beobachtungsreihen sind daher in der schon beschriebenen Weise aus Umkehrpunkten berechnet.

Als Versuchsmaterial diente ein hartgezogener Draht aus Neusilber (Länge: 202 mm; Durchmesser: 0,163 mm), ein hartgezogener Eisendraht (Länge: 202 mm; Durchmesser: 0,170 mm) und ein ausgeglühter Platindraht (Länge: 201,5 mm; Durchmesser: 0,180 mm). Bei diesen Drähten wurde nicht durch vorher ertheilte grössere Torsionen die Elasticitätsgrenze erweitert; trotzdem war beim Neusilberdrahte die Ruhelage von Anfang an constant. Der Eisendraht zeigte nach der ersten Torsion von 180°, ertheilt auf eine Minute bei Zimmertemperatur, eine Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze um etwa 7,5′ (13,5 Scalentheile); später war auch bei diesem die Ruhelage ziemlich unveränderlich. Beim Platindraht ergaben sich weit beträchtlichere Ueberschreitungen der Elasticitätsgrenze; so hinterliess bei diesem die erste Drillung um 173,1°, ertheilt auf fünf Minuten bei Zimmertemperatur, eine dauernde Deformation von 11,64°; die zweite Torsion von 167,02°, auf fünf Minuten ertheilt bei 100° C., liess einen permanenten Rückstand von 14,92°; nachdem der

1) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. 119. p. 128. 1863.

Draht schon längere Zeit benutzt war, blieb von einer Drehung um etwa 360° noch nahezu der dritte Theil dauernd. Jedenfalls entstanden also im Platindraht Torsionsknicke, von einer Ausnutzung der mit ihm gewonnenen Versuchsreihen wurde daher (mit Ausnahme der in Tab. XV gegebenen) abgesehen.

Zusammenstellung der Tabellen.[1])

Hartgezogener Neusilberdraht; Länge: 202 mm, mittlerer Durchmesser: 0,163 mm, Belastung: 127,2 g. Davon ist der Gewichtsverlust des Blechkreuzes in der Dämpfungsflüssigkeit (Wasser) abzuziehen.

In IX und X ist:

$\theta = 177{,}6°$,

$T =$ 1 Minute.

Die Werthe von ϑ sind aus Umkehrpunkten bestimmt.

Hartgezogener Eisendraht; Länge: 202 mm, mittlerer Durchmesser: 0,170 mm, Belastung wie beim Neusilberdraht.

In XI und XII ist:

$\theta = 178{,}0°$,

$T =$ 1 Minute.

Die ersten (durch einen Strich von den übrigen getrennten) Werthe von ϑ sind aus Umkehrpunkten bestimmt.

ϑ ist in Scalentheilen, t in Secunden angegeben.

IX. $\tau = 14°$		X. $\tau = 100°$		XI. $\tau = 13{,}5°$		XII. $\tau = 100°$	
ϑ	t	ϑ	t	ϑ	t	ϑ	t
9,0	45,3	90	37,0	24,8	26,0	117	37,4
8,0	71,8	83,5	50,4	22,8	38,0	111	48,5
6,8	85,1	78,8	63,8	20,8	50,0	105,5	59,6
6,5	111,6	73,8	77,2	19,0	62	100,8	70,7
6,0	138,1	70,2	90,6	18,2	74	97,5	81,8
5,8	164,7	66,8	104,0	17,8	86	94,8	92,9
Schwingungsdauer: 4,42 sec		64,3	117,4	16,8	98	92,0	104,0
		62,2	130,8	16,0	110	90,9	115,1
		59,8	144,3	15,5	122	88,5	126,2
		57,5	157,7	15,0	134	87,0	137,3
		56,0	171,1	14,8	146	85,2	148,4
		Schwingungsdauer: 4,47 sec		14,2	158	75	240
				14,0	170	72	346
				11	365	70	435
				7	2040	65	665
				5,5	6660	Schwingungsdauer: 2,42 sec	
				Schwingungsdauer: 2,40 sec			

1) Die Tabellen sind in Fig. 3 graphisch dargestellt; zur besseren Uebersicht ist, in dem nämlichen Maassstabe, wie bei VI bis XII, die graphische Darstellung von I wiederholt.

Den Versuchen mit dem Neusilber- und dem Eisendraht ist weit weniger Zeit gewidmet worden, als denjenigen mit dem Silberdrahte. Auch unterblieb bei ihnen eine Vorsichtsmaassregel, welche durch die beim Silberdraht gewonnenen Erfahrungen an die Hand gegeben war: Die Drähte wurden nicht durch mehrfach wiederholte Erwärmung auf 100° und darauf folgende Abkühlung präparirt.

Zwischen den drei Metallen Silber, Neusilber und Eisen lässt sich deshalb nur ein Vergleich allgemeinerer Art anstellen; zunächst sind jedoch noch einige Reductionen erforderlich, da sowohl die Längen der Drähte, als auch die ihnen ertheilten Torsionen θ verschieden waren.

Nimmt man an, dass die Torsion θ sich gleichmässig über die ganze Länge des Drahtes vertheilt, eine Annahme, die der Wahrheit jedenfalls sehr nahe kommt, so ergibt sich nach Reduction auf die Drahtlänge 1 cm als Werth der ursprünglich ertheilten Torsion:

beim Silberdraht 4,92°, beim Neusilberdraht 8,79°,
beim Eisendraht 8,81°.

Da nun innerhalb enger Grenzen die Nachwirkung ϑ dem Werthe von θ nahezu proportional ist, jedenfalls aber auch in weiten Grenzen ϑ wächst, wenn θ vermehrt wird, so lassen die Versuchsreihen I, VI, VII, VIII, IX, X, XI, XII erkennen:

„Sowohl die Nachwirkung, als auch die Aenderung derselben mit der Temperatur ist am grössten beim Silberdraht, geringer beim Eisen-, am kleinsten beim Neusilberdraht.“

F. Kohlrausch hat die Vermuthung ausgesprochen, dass ein aus Schwingungen (dynamisch) bestimmter Elasticitätsmodul aus dem Grunde grösser ausfalle, als ein aus constanten Formänderungen (statisch) bestimmter, weil bei letztgenannter Methode sich die elastische Nachwirkung in höherem Maasse bemerkbar machen könne, als bei der ersteren.

Da nun bei Metallen die elastische Nachwirkung mit wachsender Temperatur bedeutend zunimmt, so muss auch

der Unterschied zwischen einem statisch und einem dynamisch bestimmten Elasticitätsmodul um so grösser sein, je höher die Beobachtungstemperatur liegt.

Um die Richtigkeit dieser Folgerung zu prüfen, wurde für einen Silberdraht bei Zimmertemperatur und bei der Siedetemperatur des Wassers das Verhältniss des statisch bestimmten und des dynamisch bestimmten Torsionsmoduls ermittelt.

Der Draht wurde zunächst mit einem Messingprisma von rechteckigem Querschnitt belastet. Ist D_d die von der Elasticität des Drahtes herrührende Directionskraft, welche bei Schwingungsversuchen in Betracht kommt, und K_1 das Trägheitsmoment des Prismas nebst der Suspensionsvorrichtung, so ist die Schwingungsdauer:

$$t_1 = \pi \sqrt{\frac{K_1}{D_d}}. \tag{1}$$

Wird K_1 um ein beliebiges Trägheitsmoment K vermehrt, so ist:

$$t_2 = \pi \sqrt{\frac{K_1 + K}{D_d}}, \tag{2}$$

und nach (1):

$$D_d = \pi^2 \frac{K}{t_2^2 - t_1^2}. \tag{I}$$

Das Messingprisma wurde dann durch einen Magnet ersetzt. Ist Δ die von diesem herrührende Directionskraft und K_3 das Trägheitsmoment des Magnets nebst der Aufhängungsvorrichtung, so ergibt sich als Schwingungsdauer:

$$t_3 = \pi \sqrt{\frac{K_3}{D_d + \Delta}}, \quad \text{und} \quad t_4 = \pi \sqrt{\frac{K_3 + K}{D_d + \Delta}}, \tag{3} \quad (4)$$

wenn das Trägheitsmoment um den nämlichen Betrag K vermehrt wird. Aus (3) und (4) folgt:

$$D_d + \Delta = \pi^2 \frac{K}{t_4^2 - t_3^2}. \tag{II}$$

(I) und (II) ergeben endlich:

$$\frac{\Delta}{D_d} = \frac{t_2^2 - t_1^2}{t_4^2 - t_3^2} - 1.$$

Um das Verhältniss A/D_{st} zu bestimmen (D_{st} bedeutet denjenigen Werth der Directionskraft, welcher bei statischen Versuchen in Betracht kommt), wurde bei suspendirtem Magnet das obere Ende des Drahtes um einen Winkel α gedreht; wird dadurch der Magnet um den Winkel φ abgelenkt, so gilt (wenn φ nur klein ist) die Beziehung[1]):

$$\frac{D_{st}}{A} = \frac{\varphi}{\alpha - \varphi}. \qquad \text{Demnach ist:} \qquad \frac{D_{st}}{D_d} = \frac{\varphi}{\alpha - \varphi}\left[\frac{t_2^2 - t_1^2}{t_4^2 - t_3^2} - 1\right].$$

Die oben beschriebene Methode stimmt im wesentlichen mit einer von E. Warburg[2]) angegebenen überein; die Einführung der magnetischen Directionskraft statt der von Warburg benutzten bifilaren vereinfacht die Bestimmung in höherer Temperatur.

Bei der experimentellen Ausführung wurde die Drehung α bewerkstelligt, indem man den Hebelarm d von einem der Anschläge e zum anderen hinbewegte. Der hierbei vom oberen Drahtende beschriebene Winkel ist gleich demjenigen, um welchen sich das untere Ende dreht, wenn statt des Magnets das Messingprisma suspendirt ist; letztgenannter Winkel liess sich leicht mit Spiegel und Scala bestimmen.

Das Trägheitsmoment K war dasjenige eines Messingringes, welcher, möglichst symmetrisch zur Drehungsaxe, auf das Messingprisma, resp. den Magnet aufgelegt wurde.

Um den Voraussetzungen der Rechnung zu genügen, wurden sämmtliche Ablenkungen und Amplituden so klein gemacht, dass die Winkel gleich ihren Sinus gesetzt werden konnten. Bei der Bestimmung der Schwingungsperioden hatte aber die Anwendung kleiner Amplituden den Uebelstand im Gefolge, dass bei höherer Temperatur (wo das natürliche logarithmische Decrement 0,0382 betrug) die Schwingungsbogen rasch zu klein wurden. Aus diesem Grunde konnte die vortheilhaftere Methode, nach welcher jede Schwingungsdauer aus zwei sehr weit auseinander liegenden Durch-

---

1) Kohlrausch, Leitfaden der prakt. Phys. § 55.

2) E. Warburg, Sitzungsber. der naturf. Ges. zu Freiburg i. B. VII. 4. p. 444 u. ff. 1879, sowie Wied. Ann. 10. p. 13. 1880.

gangszeiten bestimmt wird, nicht in Anwendung kommen; die Bestimmung geschah deshalb stets nach der im Leitfaden von F. Kohlrausch (4. Aufl.) p. 147 angegebenen einfacheren Methode. Jede in der Tabelle angegebene Schwingungsdauer ist das arithmetische Mittel aus sechs Werthen, von denen jeder aus elf unmittelbar aufeinander folgenden Durchgangszeiten bestimmt ist.

Der Einfluss der Dämpfung auf die Schwingungsdauer war bei Zimmertemperatur ganz unmerklich; auch in der höheren Temperatur kommt er anderen Fehlerquellen (deren wesentlichste sich aus der Schwierigkeit ergibt, den Messingring stets genau symmetrisch zur Drehungsaxe aufzulegen) gegenüber nicht in Betracht. Es war nämlich das natürliche logarithmische Decrement bei Zimmertemperatur: 0,0032, Siedetemperatur: 0,0382, sodass der Factor $\pi/\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}$, mit welchem die Schwingungsdauer zu multipliciren ist, wenn die Reduction wegen der dämpfenden Kraft ausgeführt werden soll, beträgt bei:

Zimmertemperatur . $1 - 0{,}000\,000\,5$,
Siedetemperatur . . $1 - 0{,}000\,074$.

Aus der Endformel hebt sich dieser Factor übrigens heraus.

Die Erwärmung der am Drahte suspendirten Körper durch Strahlung und Leitung von den oberen Theilen des Apparates her bei den in höherer Temperatur angestellten Versuchen betrug etwa 5°. Daraus resultirt einerseits eine geringe Vermehrung der Trägheitsmomente, andererseits eine Verminderung der magnetischen Directionskraft. Dieser Temperatureinfluss macht sich jedoch in der Endformel nicht geltend, da in dieser weder die magnetische Directionskraft, noch die Trägheitsmomente vorkommen.

Sämmtliche Bestimmungen wurden mehrfach wiederholt; die Anordnung in der folgenden Zusammenstellung der Resultate lässt die Reihenfolge der einzelnen Beobachtungen erkennen. Die Schwingungszeiten sind in Secunden, α und φ in Scalentheilen (Scalenabstand: 3000 Scalentheile) angegeben.

	α	t_2	t_1	φ	t_4	t_3	τ
	452,5			275,3			
	452,3	11,1813		274,3	9,1203		
	452,3		4,0810	272,7		4,1700	
	452,6	11,1783		273,4	9,1237		
	452,4		4,0597	272,9		4,1680	
	453,4	11,1767		273,6	9,1080		
	452,8		4,0830	272,2		4,1613	
	453,2	11,1797		272,2	9,1190		Zimmertemperat.; schwankt zwischen 14,1 und 15,9°
Mittelwerthe	452,68	11,1790	4,0746	273,33	9,1178	4,1664	15,1°

	α	t_2	t_1	φ	t_4	t_3	τ
	455,6			257,2			
	453,9	11,5940		258,2	9,3290		
	452,7		4,2020	258,9		4,2570	
	454,1	11,5930		256,6	9,3180		
	452,7		4,2130	256,8		4,2563	
	453,6	11,5980		256,4	9,3187		
	452,6		4,2037	258,7		4,2553	
	453,6	11,5947		257,5	9,3097		Siedetemperatur
Mittelwerthe	453,60	11,5949	4,2062	257,54	9,3189	4,2562	99,7°

Setzt man die Mittelwerthe in die Formel:

$$\frac{D_{st}}{D_d} = \frac{\varphi}{\alpha - \varphi}\left[\frac{t_2^2 - t_1^2}{t_4^2 - t_3^2} - 1\right]$$

ein, so ergeben sich für D_{st}/D_d die Werthe:

0,987 bei 15,1°, 0,918 bei 99,7°.[1])

Demnach nimmt bei Temperaturerhöhung D_{st} rascher ab als D_d, was mit der Annahme von F. Kohlrausch völlig im Einklang steht.

Uebrigens machen die angegebenen Werthe keinen Anspruch auf quantitative Genauigkeit; doch genügen sie jedenfalls, um das qualitative Verhalten festzustellen.

Aeussert sich bei Ablenkungsversuchen die Nachwirkung stärker als bei Schwingungen, so ist nicht ausgeschlossen,

---

1) Nach den Versuchen von E. Warburg nimmt dieses Verhältniss bei Zimmertemperatur (20 bis 22°) folgende Werthe an:
für Stahl 0,9991, für Eisen 0,9934, für Kupfer 0,9797.
(Sitzungsber. der naturf. Ges. zu Freiburg i. B. 7. (4) p. 449.)

dass sie bei Schwingungen von verschiedener Periode sich um so mehr geltend macht, je grösser die Schwingungsdauer ist. Die dynamisch bestimmte Directionskraft müsste dann um so kleiner ausfallen, je grösser die Periode der Schwingungen ist, aus denen sie bestimmt wurde.

Die p. 15 ausgeführte Rechnung ist unzulässig, wenn die Werthe von D_d in den Gleichungen (1) bis (4) erheblich voneinander verschieden sind; aus diesem Grunde wurde K_1 so gewählt, dass t_1 und t_3 annähernd gleich waren. Durch eine besondere Untersuchung wurde ausserdem festgestellt, dass auch bei sehr verschiedenen Werthen der Schwingungsperioden die Directionskräfte nicht merklich voneinander abweichen.

Sind bei Verwendung der Trägheitsmomente K_1, $K_1 + K$; K_3, $K_3 + K$ die Schwingungsperioden t_1, t_2; t_3, t_4 beobachtet worden, so ist, Gleichheit der Directionskräfte vorausgesetzt:

$$\frac{K}{K_1} = \frac{t_2^2 - t_1^2}{t_1^2}, \qquad \frac{K}{K_3} = \frac{t_4^2 - t_3^2}{t_3^2}, \qquad \frac{K_1}{K_3} = \frac{t_1^2}{t_3^2}.$$

Aus diesen Gleichungen ergibt sich:

$$\frac{t_4^2 - t_3^2}{t_2^2 - t_1^2} = 1$$

als Bedingung dafür, dass die Directionskräfte von den Schwingungsperioden unabhängig sind.

Bei der experimentellen Prüfung dieser Gleichung war K_1 das auch bei der vorigen Untersuchung mit K_1 bezeichnete Trägheitsmoment; K_3 wurde durch Auflegen eines grösseren Messingringes auf das Prisma hergestellt, und K war das Trägheitsmoment eines leichteren Messingringes. Jede Schwingungsdauer wurde dreimal beobachtet, und zwar dienten jedesmal drei Paar Sätze von je zehn aufeinander folgenden Durchgangszeiten dazu, um drei Paare von weit auseinander liegenden Durchgangszeiten zu bestimmen. So fanden sich die Mittelwerthe:

$t_1 = 4{,}0230 \pm 0{,}0013$ Secunden,
$t_2 = 5{,}1519 \pm 0{,}0010$ „
$t_3 = 11{,}2004 \pm 0{,}0026$ „
$t_4 = 11{,}6563 \pm 0{,}0019$ „

also wird: $\frac{t_4^2 - t_3^2}{t_2^2 - t_1^2} = 1{,}0061 \pm 0{,}0072.$

Der Unterschied des Quotienten von der Einheit liegt innerhalb der Fehlergrenzen, also ist dadurch, dass in den Gleichungen (1) bis (4) auf p. 15 für D_d überall der nämliche Werth angenommen wurde, kein erkennbarer Fehler begangen worden.

Nach Warburg[1]) liegt die Möglichkeit vor, dass der Unterschied zwischen D_{st} und D_d nicht in der elastischen Nachwirkung seinen Grund habe, sondern in dem Umstande, dass „die elastischen Pressungen langsamer wachsen, als die Deformationen." Das negative Ergebniss der letzten Versuche schliesst die Richtigkeit dieser Annahme nicht aus; gegen dieselbe ist aber anzuführen, dass bei den oben beschriebenen Versuchen die zur Bestimmung von D_{st} verwandten Torsionen $(\alpha - \varphi)$ nur wenig grösser waren, als die bei der Bestimmung von D_d vorkommenden Amplituden.

III. In den Tabellen XIII bis XV und den zugehörigen Curven in Fig. 3 ist der Verlauf der Nachwirkung für den Fall dargestellt, dass während desselben grössere Temperaturänderungen eintreten.

Die Versuche wurden zunächst bei der Siedetemperatur des Wassers begonnen. Nachdem bei derselben dem Drahte für längere Zeit eine Torsion ertheilt worden war, bewegte sich die Ruhelage mit allmählich abnehmender Geschwindigkeit in einer Richtung, welche derjenigen der vorher ertheilten Torsion entgegengesetzt war. Sobald nun die Temperatur erniedrigt wurde, trat zuerst eine plötzliche Beschleunigung der Drehung ein, die jedoch nur kurze Zeit andauerte; dann hörte die Bewegung völlig auf, und zwar blieb die Ruhelage solange constant, bis die Temperatur von neuem erhöht wurde.

Beim Erwärmen zeigte sich zunächst auf kurze Zeit eine Bewegung im entgegengesetzten Sinne der vorhergehenden, also im nämlichen Sinne, wie die anfangs ertheilte Torsion; bald änderte sich jedoch der Sinn der Drehung, und

1) Warburg, l. c. p. 450.

die Ruhelage setzte ihre beim ersten Abkühlen unterbrochene Wanderung fort.

Zusammenstellung der Tabellen, graphisch dargestellt in den Curven XIII, XIV, XV.

Mit R ist die Ruhelage bezeichnet, welche zur Zeit t bei der Temperatur τ beobachtet wurde. Die Zeit ist in Minuten gegeben und von einem willkürlichen Anfangspunkt her gerechnet.

XIII. Silberdraht, wie in I bis VIII			XIV. Neusilberdraht, wie in IX und X			XV. Platindraht, cf. p. 12		
R	t	τ	R	t	τ	R	t	τ
129	1	22°	40	7,5	100°	324	8	100°
129	8	22	38	8,2	„	323	10	„
87	11,5	100	35	9,6	„	317	12	40
57	12,6	„	31	12	„	318	13	27
52	13,3	„	30	13	„	323	15	90
47	14,0	„	36	14	30	322	16	100
42	14,8	„	36	16	26	320	17,5	„
37	16,0	„	37	22	24	318	19	„
34	17,0	„	30	25	100	315,5	22	„
31	30	19	24	28	„	311	24	33
31	240	19	21,5	30	„	311	26	21
34	265,3	100	20	32	„	314,5	31,5	95
29	266,5	„	18	34	100	312	36	100
28	267,3	„	25	36	34	296,5	325	100
26	268,8	„	26	39	20	293	361	20
24	269,8	„	26	43	20	294	363	21
22	271	„	18	45	92	295	364	„
20	272	22	17	47	97	296	373	„
20	280	„	14	49	100	300	375	92
22	287	100	13	51	„	296	379	100
17	291	„	11	53,5	„	295	383	„
15	293	„	9,5	56,3	„	294	393	„
14	295	„	18	92	27			
12	298	22	18,5	16 Std.	15			
12	325	„						
15	327,5	92						
11	331	100						
5,5	341	„						
3,5	344	„						

(In der graphischen Darstellung von XV sind sämmtl. Werthe von R um 250 verkleinert)

In der graphischen Darstellung Nr. XIII, welche das eben geschilderte Verhalten am besten anschaulich macht, bezeichnen die Curvenstücke bc, fg, kl, po den Verlauf der Nachwirkung in der höheren Temperatur; werden dieselben

so verschoben, dass die Abscissen ihrer Endpunkte ungeändert bleiben, so lassen sie sich zu der Curve bo_1 zusammensetzen. Die Stücke *cd*, *ef*, *gh*, *ik*, *lm*, *np* stellen die kleinen Drehungen des unteren Drahtendes dar, welche während des Abkühlens, resp. Erwärmens eintreten. Die zur Ordinatenaxe parallelen Geraden *de*, *hi*, *mn* endlich drücken aus, dass, solange die Temperatur erniedrigt bleibt, die Ruhelage sich mit der Zeit nicht ändert.

Die Curven XIV und XV geben eine mehr oder weniger deutliche Bestätigung des bei Curve XIII so auffälligen Satzes:

„Der bei 100° begonnene Verlauf der Nachwirkung wird durch Abkühlung des Drahtes auf Zimmertemperatur unterbrochen; nach erneuter Erwärmung auf 100° wird die vorher unterbrochene Drehung fortgesetzt."

Dadurch, dass man einen bei 100° tordirten Draht nach kürzerer oder längerer Zeit abkühlt, lässt es sich demnach erreichen, dass er eine grössere oder geringere Torsion beibehält. Bei einem Silberdrahte[1]) wurde untersucht, ob der Gang der Nachwirkung in Zimmertemperatur von der Grösse der so ertheilten permanenten Torsion abhängt.

Zunächst wurde der Draht bei 100° längere Zeit tordirt erhalten, dann losgelassen und kurz darauf auf Zimmertemperatur abgekühlt. Dann wurde dreimal nach einander in der p. 5 und 6 beschriebenen Weise die Nachwirkung nach einer Torsion θ, die $T=5$ Minuten anhielt, untersucht. Der erste dieser Versuche, bei dem sich eine Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze um 6 Scalentheile ergab, wurde verworfen; die beiden folgenden wurden graphisch dargestellt, worauf die beiden erhaltenen Curven zur Bestimmung derjenigen Werthepaare der Nachwirkungsdeformation ϑ benutzt wurden, welche derselben seit dem Aufhören der Torsion θ verflossenen Zeit t entsprachen. Die arithmetischen Mittel dieser Werthepaare sind in der nachfolgenden Tabelle unter ϑ_1 verzeichnet (in Scalentheilen), während unter t die zugehörigen Werthe der Zeit angegeben sind (in Secunden).

1) Derselbe wurde vorher mehrfach, im ganzen etwa 70 Stunden lang, auf 100° erwärmt.

Sodann wurde durch Erwärmung zweimal die dauernde Torsion verringert, zunächst um 0,56°, dann nochmals um 1,53°. Die dritte und die vierte Columne der nachstehenden Tabelle geben den Gang der Nachwirkung bei diesen geringeren Werthen der permanenten Torsion; dabei sind die Grössen ϑ_2 und ϑ_3 in derselben Weise wie die ϑ_1 als Mittelwerthe aus je zwei Beobachtungen bestimmt, und zwar gehören sie gleichfalls zu den in der ersten Columne (unter t) stehenden Zeiten.

Ueber jeder Columne ist die Grösse der Torsion θ angegeben, welche bei der betreffenden Beobachtungsreihe zur Verwendung kam, sowie die Temperatur.

t	$\theta = 179{,}9^0$ $\tau = 19{,}8$ ϑ_1	$\theta = 179{,}6^0$ $\tau = 22{,}0$ ϑ_2	$\theta = 179{,}1^0$ $\tau = 23{,}0$ ϑ_3
50 sec	128,5	139	145,9
70 „	116,2	126,5	133
90 „	107,5	117	123,3
110 „	100,5	109	115
130 „	94,5	102,5	108,3
150 „	89,7	97,1	102,3
170 „	85,2	92,5	97,1

Scalenabstand: 2851 Scalentheile.

Sämmtliche Zahlen dieser Tabelle zeigen, dass für den nämlichen Werth von t: $\vartheta_1 < \vartheta_2 < \vartheta_3$ ist.

Es entspricht ϑ_1 dem grössten, ϑ_3 dem kleinsten Werthe der permanenten Torsionen; werden nämlich letztere mit T_1, T_2 und T_3 bezeichnet, so ist:

$$T_2 = T_1 - 0{,}56^0, \qquad T_3 = T_2 - 1{,}53^0.$$

Doch lässt sich hieraus nicht der Schluss ziehen, dass die Nachwirkung ϑ_i wächst, wenn die permanente Torsion T_i abnimmt. Zunächst spricht gegen diese Folgerung der Umstand, dass der grösseren Aenderung der permanenten Torsion ($T_2 - T_3 = 1{,}53^0$) nicht auch die grössere Aenderung von ϑ zugeordnet ist. Ferner sind ϑ_1, ϑ_2, ϑ_3 nicht direct miteinander vergleichbar, da sie bei verschiedenen Temperaturen beobachtet sind. Nachstehende Tabelle gibt die Nachwirkung des nämlichen Silberdrahtes für drei verschiedene Temperaturen bei einem und demselben Werthe der dauernden Torsion T:

t	$\tau = 21^0$	ϑ für 21,5°	22,5°
60 sec	127,6	130,0	134,3
80 „	116,6	119,7	123,1
100 „	108,5	111,0	114,4
120 „	101,7	104,1	107,1
140 „	95,9	98,6	101,0
160 „	91,0	93,4	96,0
180 „	87,0	89,3	91,3

Scalenabstand: 2851 Scalentheile.

Bildet man die Differenzen aus den Zahlen der zweiten und dritten, resp. der zweiten und der vierten Colonne, so lässt sich aus denselben ein Mittelwerth bilden für die Zunahme der Nachwirkung, welche 1° C. Temperaturerhöhung entspricht; diese nicht ganz correcte, zu einer annähernden Schätzung des Temperatureinflusses aber hinreichende Methode ergibt für jenen Mittelwerth 4,0 Scalentheile. Reducirt man mit Hülfe dieser Zahl die Grössen ϑ_1, ϑ_2, ϑ_3 der Tabelle auf p. 23 auf dieselbe Temperatur, so verringern sich die Unterschiede $\vartheta_3 - \vartheta_2$ und $\vartheta_2 - \vartheta_1$ so erheblich, dass in zufälligen Störungen die Erklärung derselben gesucht werden muss.

Demnach ist zu schliessen, dass zwischen der permanenten Torsion und der Nachwirkung keine Abhängigkeit besteht, die durch die angewandte Beobachtungsmethode nachweisbar wäre.

Nachdem der Einfluss einer Temperaturerniedrigung auf eine bei höherer Temperatur eingeleitete Nachwirkung untersucht war, lag es nahe, auch den umgekehrten Fall zu betrachten: Wie sich eine in niederer Temperatur eingeleitete Nachwirkung ändert, wenn der Draht plötzlich erwärmt wird.

Bei den hierüber angestellten Versuchen fand sich: Die bei Zimmertemperatur eingeleitete Nachwirkung läuft, wenn die Temperatur rasch auf 100° erhöht wird, sehr schnell ab; wird dann die Temperatur wieder erniedrigt, so tritt sofort eine weit langsamere Bewegung ein.

Als Beispiel sei ein Versuch mit dem p. 22 erwähnten Silberdraht angeführt, bei welchem in Zimmertemperatur durch eine Torsion von $\theta = 180^0$ auf $T = 10$ Min. elastische Nachwirkung eingeleitet wurde. Die periodischen Schwin-

gungen kamen nach 9 Min. zur Ruhe; das Fadenkreuz stand dann auf Theilstrich 520. Rasch wurde nun die Temperatur auf 100° erhöht und ebenso rasch wieder abgekühlt; es zeigte sich, dass in der kurzen, hierzu erforderlichen Zeit (2 Min.) die Ruhelage bis Theilstrich 363 gewandert war. Bei Zimmertemperatur fand dann im Laufe von 252 Min. eine weitere Bewegung von nur 3 Scalentheilen statt.

Nochmalige Erwärmung brachte dann in der kurzen Zeit von 20 Min. die Ruhelage bis 351.

IV. Die Curvenstücke *cd*, *ef*, *gh*, *ik*, *lm*, *np* der Zeichnung Nr. XIII bringen die Abhängigkeit der Torsionsruhelage von der Temperatur zur Darstellung.

Eine solche Abhängigkeit fand sich bei allen untersuchten Drähten; sie trat beim ausgeglühten Platindrahte am wenigsten hervor. Stets drehte sich das untere Ende des Drahtes beim Erwärmen im Sinne der Torsionen θ, welche dem Drahte bei den Nachwirkungsversuchen ertheilt wurden, beim Abkühlen im entgegengesetzten Sinne, daher muss wohl ein Zusammenhang zwischen beiden Torsionen vermuthet werden.

Bei dem Silberdrahte, welcher zu den im dritten Abschnitte beschriebenen Versuchen diente, liess sich ein solcher Zusammenhang direct nachweisen; dieser Draht zeigte zunächst keine Abhängigkeit der Torsionsruhelage von der Temperatur, eine solche trat aber auf, als der Draht durch die erste bei 100° erteilte Torsion von 180° eine Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze um 7° erlitten hatte.

Die Grösse der Drehung, welche durch eine Temperaturänderung von einem gewissen Betrage hervorgerufen wird, scheint nur von dem Materiale abzuhängen, aus welchem der Draht besteht, und von dem Vorhandensein, nicht aber von dem Betrage der permanenten Torsion; dahin deutet wenigstens das Verhalten des Platindrahtes. Bei diesem war die Drehung, welche beim Erwärmen von Zimmertemperatur auf 100°, resp. beim Abkühlen um denselben Betrag, eintrat, weitaus am geringsten, obgleich die Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze bei diesem Drahte weitaus am bedeutendsten war. Uebrigens lassen sich aus dem Verhalten des

Platindrahtes keine sicheren Schlüsse auf dasjenige anderer Drähte ziehen, da derselbe, wie schon erwähnt wurde, jedenfalls Torsionsknicke erhalten hatte.

Bei der geringen Grösse der bei Temperaturänderungen eintretenden Drehung konnte von Versuchen über ihre Abhängigkeit von der Grösse der Temperaturänderung kein sicheres Resultat erwartet werden; doch liegt es nahe, Proportionalität zwischen beiden anzunehmen. Unter Voraussetzung dieser Proportionalität lassen sich die bei verschiedenen Temperaturänderungen beobachteten Drehungen auf eine mittlere Aenderung von 100° umrechnen. Bei dem eben erwähnten Silberdrahte (Länge 173 mm, Durchmesser 0,163 mm) ergab diese Rechnung für 100° Temperaturerhöhung 3,7 Scalentheile (Mittel aus 10 Versuchen), und für 100° Temperaturerniedrigung 5,6 Scalentheile (Mittel aus 12 Versuchen). Nach G. Wiedemann[1]), der bei Drähten von grösserem Querschnitt dieselbe Erscheinung beobachtete, erklärt sich die Verschiedenheit der Resultate dadurch, dass gleichzeitig mit diesen Beobachtungen an demselben Drahte untersucht wurde, welche Aenderung eine in höherer Temperatur begonnene Nachwirkung durch Abkühlen und nochmaliges Erwärmen erleidet. Es ist schon gezeigt worden, dass die in höherer Temperatur vor sich gehende Bewegung beim Abkühlen zum Stillstand kommt; offenbar ist aber der Uebergang von der Bewegung zur völligen Ruhe kein plötzlicher, vielmehr wird sich die Geschwindigkeit der Drehung allmählich verringern, wie ja auch die Temperaturerniedrigung keine plötzliche sein kann. Demnach wird während des Abkühlens noch eine geringe Drehung als Fortsetzung der in höherer Temperatur bestehenden Bewegung eintreten, die sich zu der anderen Drehung addirt, die in der Abhängigkeit der Ruhelage von der Temperatur ihren Grund hat. Wird umgekehrt der Draht erwärmt, so setzt er in der höheren Temperatur seine durch das Abkühlen unterbrochene Bewegung fort. Aber auch hier wird der Uebergang von der Ruhe zur Bewegung kein unvermittelter sein, vielmehr wird schon während der Temperatur-

1) G. Wiedemann, Pogg. Ann. **106.** p. 180. 1859.

steigerung die Fortsetzung des Nachwirkungsverlaufs beginnen. Die hieraus resultirende Drehung geschieht aber im umgekehrten Sinne von derjenigen, welche nur durch die Aenderung der Ruhelage mit der Temperatur bedingt wird, sie hebt also die letztere zum Theil wieder auf.

Die Abhängigkeit der Torsionsruhelage von der Temperatur wird am einfachsten erklärt durch die Annahme, dass der Draht in der von Warburg[1]) angegebenen Weise äolotrop geworden ist.

Aeolotropie dieser Art äussert sich unter anderem auch darin, dass:

1. eine Aenderung in der Belastung eine Torsion, und
2. eine Torsion des Drahtes eine gleichzeitige Aenderung seiner Länge hervorruft.

Der nämliche Silberdraht (doch war derselbe auf die Länge von 161,5 mm verkürzt worden) zeigte deutlich die Abhängigkeit der Torsionsruhelage von der Belastung. Der Mangel einer Vorrichtung, um ohne Erschütterung die Belastung des Drahtes zu ändern, machte es freilich unmöglich, hierüber auch quantitativ übereinstimmende Resultate zu erhalten. Doch liess sich mit Sicherheit constatiren, dass bei zunehmender Belastung das untere Drahtende sich in demselben Sinne drehte, wie bei einer Steigerung der Temperatur, und umgekehrt. Der Betrag dieser Drehung war weit grösser, als der durch Temperaturänderung hervorgerufene; 115,4 g Mehrbelastung bewirkten im Mittel eine Drehung des unteren Drahtendes von 50,2 Scalentheilen.

Nach Warburg[1]) ist der Elasticitätscoëfficient für diejenige Richtung, in welcher permanente Dehnung stattgefunden hat, kleiner als für die Richtung, in welcher permanente Compression eingetreten ist; die vorstehenden Beobachtungen führen zu demselben Resultat; sie zeigen ausserdem, dass der thermische Ausdehnungscoëfficient in Richtung der permanenten Dehnung grösser ist, als in der Richtung der permanenten Compression.

Phys. Inst. der Univ. Strassburg i. E.

1) l. c. p. 457. cf. auch W. Thomson, Encycl. Britt. 7. p. 817. 1877 u. F. Himstedt, Wied. Ann. 17. p. 702 u. ff. 1882.

2) Warburg, l. c. p. 458.

Lebenslauf.

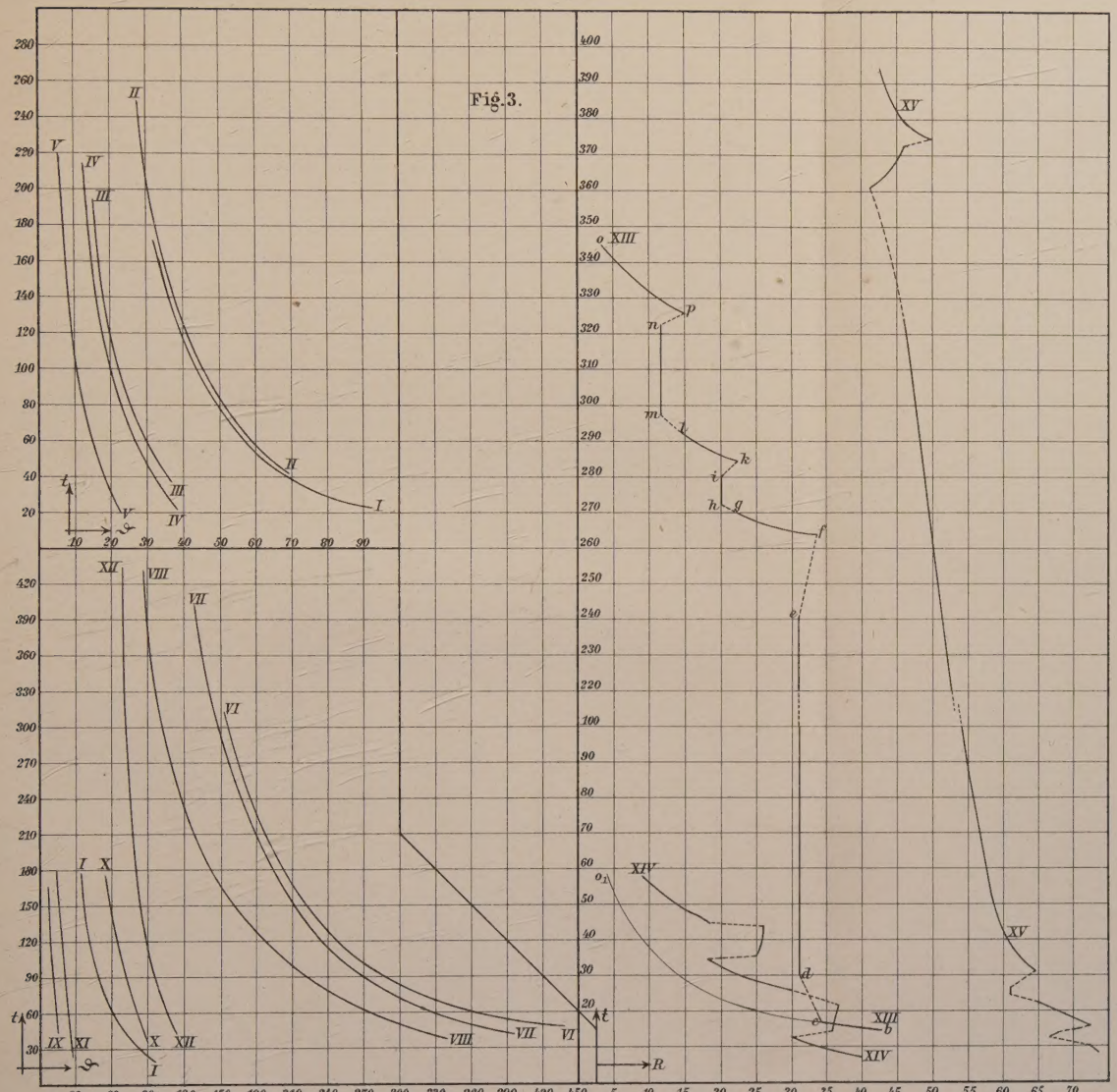
Verfasser, Theodor Franz Albert Schröder, evangelischer Confession, wurde am 16. März 1862 zu Neustadt (Oberschlesien) geboren. Er erhielt seinen Elementarunterricht in den Volksschulen zu Neustadt und zu Pless; darauf besuchte er die Sexta und Quinta der Fürstenschule (Gymnasium) zu Pless und von Quinta an die Realschule zu Tarnowitz. Nachdem er Ostern 1881 das Reifezeugniss der letztgenannten Anstalt erhalten, bezog er die Universität Strassburg, um sich dem Studium der Mathematik und der Naturwissenschaften zu widmen.

Er hörte daselbst Vorlesungen bei den Herren Professoren und Docenten:

F. Braun, Christoffel, Fittig, Gerland, Kerry, Knapp, W. Kohlrausch, Kundt, Netto, Reye, K. Schering, Windelband, Zacharias und arbeitete zuletzt im physikalischen Laboratorium der Universität.

Allen seinen Lehrern fühlt sich Verfasser zu grossem Danke verpflichtet, insbesondere Hrn. Prof. Dr. Kundt, auf dessen Anregung und unter dessen Leitung die vorliegende Arbeit zu Stande kam.

Fig. 3.



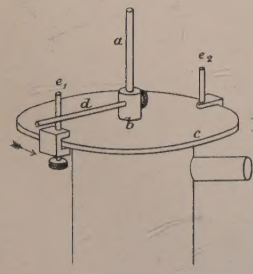


Fig. 1a.

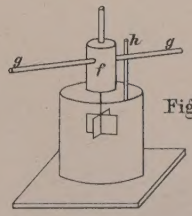


Fig. 1b.

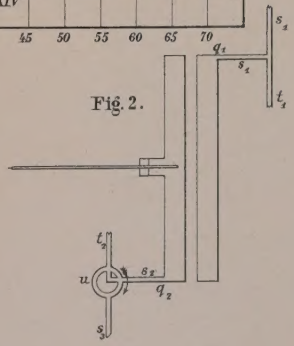


Fig. 2.